

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

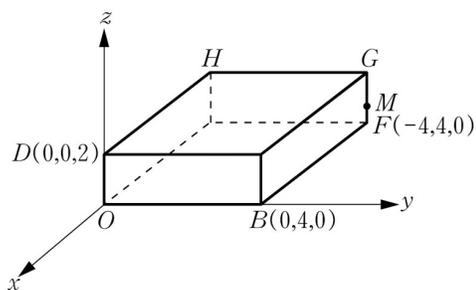
### 主題 1 平面方程式練習區：

1. 試求包含  $A(2, 1, -1)$ 、 $B(1, 1, 2)$  二點且與平面  $E': 7x + 4y - 4z = 0$  垂直的平面方程式。

2. 右圖的長方體中， $M$  點在  $\overline{FG}$  中，

且  $\overline{FM} = \frac{1}{2} \overline{MG}$ ，則通過  $H$  且與

$\overline{DM}$  垂直的平面方程式為\_\_\_\_\_。



3. 坐標空間中， $xy$  平面上有一正方形，其頂點為  $O(0, 0, 0)$ ， $A(8, 0, 0)$ ， $B(8, 8, 0)$ ， $C(0, 8, 0)$ 。另一點  $P$  在  $xy$  平面的上方且與  $O$ ， $A$ ， $B$ ， $C$  四點的距離皆等於 6。若  $x + by + cz = d$  為通過  $A$ ， $B$ ， $P$  三點的平面，則  $(b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。【98 學測】

4. 設  $O(0,0,0)$  為坐標空間中某長方體的一個頂點，且知  $(2,2,1), (2,-1,-2), (3,-6,6)$  為此長方體中與  $O$  相鄰的三頂點。若平面  $E: x+by+cz=d$  將此長方體截成兩部分，其中包含頂點  $O$  的那一部分是個正立方體，則  $(b,c,d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【97.學測】

5. 已知平面  $E$  的  $x$  截距、 $y$  截距、 $z$  截距依序為  $\log_2 a$ 、 $\log_4 a$ 、 $\log_8 a$ ，且平面  $E$  通過點  $A(1,-2,2)$ ，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

## 主題 2 兩平面的夾角(垂直、平行) 零練習：

1. 三平面  $E_1: 2x + y - 3z - 3 = 0$ ， $E_2: x + y + az - 2 = 0$ ， $E_3: bx + 2y + cz - 5 = 0$ ，若  $E_1 \perp E_2$  且  $E_1 \parallel E_3$ ，求  $a + b + c$  之值。

2. 試求兩平面  $E_1: x + y + 5 = 0$  及  $E_2: 2x + y + 2z - 1 = 0$  的夾角。

3. 已知二平面  $E_1: 2x - 3y + z = 5$  與  $E_2: 3x - y + kz = 10$  的銳夾角為  $60^\circ$ ，其中  $k$  為整數，則  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

### 主題 3 點到平面的距離練習：

1. 空間中有  $A(-2, 5, 4)$ 、 $B(1, 4, -5)$  兩點，平面  $E: 2x - y + 2z + 4 = 0$ ，若直線  $AB$  交平面於  $P$  點，試求  $\overline{AP}:\overline{BP}$ .
2. 已知兩平行平面  $E_1: 3x - 2y - 6z = 3$  和  $E_2: 3x - 2y - 6z = k$  的距離為 2，求  $k$  的值。
3. 坐標空間中有一平面  $P$  過  $(0, 0, 0)$ 、 $(1, 2, 3)$  及  $(-1, 2, 3)$  三點。試選出正確的選項。
  - (1) 向量  $(0, 3, 2)$  與平面  $P$  垂直
  - (2) 平面  $P$  與  $xy$  平面垂直
  - (3) 點  $(0, 4, 6)$  在平面  $P$  上
  - (4) 平面  $P$  包含  $x$  軸
  - (5) 點  $(1, 1, 1)$  到平面  $P$  的距離是 1

【108.學測】

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

### 主題 4 空間中直線方程式磨練區：

1. 已知通過  $A(3, 0, -2)$ ， $B(2, 2, -1)$  兩點之直線  $L$  的對稱比例式為

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z}{4}, \text{ 試求 } a, b, x_0, y_0 \text{ 之值。}$$

2. 在空間中，下列選項何者圖形與直線  $L: \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}, t \in R$  為同一圖形

(1)  $x - y - 2z + 3 = 0$       (2)  $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}, t \in R$       (3)  $\frac{x+1}{-4} = y - 2 = \frac{z}{-3}$

(4)  $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ 2x - y - 3z + 4 = 0 \end{cases}$       (5)  $\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 \end{cases}, t \in R$

主題 5 直線、平面之關係練習區：

1. 設直線  $L$  的方程式為  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$ ，則下列那一個平面與  $L$  平行(沒有交點)

(1)  $2x - y + z = 1$

(2)  $x + y - z = 2$

(3)  $3x - y + 2z = 1$

(4)  $4x + 5y - z + 5 = 0$

(5)  $3x + 3y - z = 1$

2. 設直線  $L: \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-2}{-4}$  落在平面  $E: ax - y + bz = 5$  上，試求數對  $(a, b)$ 。

3. 試求包含兩平行直線  $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$  與  $L_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$  的平面方程式。

4. 坐標空間中有兩條直線  $L_1, L_2$  與一平面  $E$ ，其中直線  $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{-5}$ ，而  $L_2$  的參數式為

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \text{ 為實數})$$

若  $L_1$  落在  $E$  上，且  $L_2$  與  $E$  不相交，試求  $E$  的方程式。

【110.學測】

**主題 6 空間中二直線的關係磨練區：**

1. 試判別二直線  $L_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$  與  $L_2: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$  之相交情形，若有交點，求出其交點。

2. 設坐標空間中三條直線  $L_1, L_2, L_3$  的方程式分別為

$$L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+4}{8}; \quad L_2: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+4}{4}; \quad L_3: \frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}。$$

試問下列哪些選項是正確的？

- (1)  $L_1$  與  $L_2$  相交
- (2)  $L_2$  與  $L_3$  平行
- (3) 點  $P(0, -3, -4)$  與  $Q(0, 0, 0)$  的距離即為點  $P$  到  $L_3$  的最短距離
- (4) 直線  $L: \begin{cases} x=0 \\ \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{-3} \end{cases}$  與直線  $L_1, L_2$  皆垂直
- (5) 三直線  $L_1, L_2, L_3$  共平面

【97.學測】

主題 7 關於平面、直線之距離、投影點、對稱點等練習：

1.  $\triangle ABC$  的三頂點坐標為  $A(2, -3, 5)$ 、 $B(3, 0, 10)$ 、 $C(x, y, 0)$ ，則使  $\triangle ABC$  的周長為最小的點  $C$  坐標為\_\_\_\_\_。
2. 設  $L$  為  $x - y + z = 1$  與  $x + y - z = 1$  兩平面的交線，則直線  $L$  上與點  $(1, 2, 3)$  距離最近之點的坐標為\_\_\_\_\_。

3. 已知二直線  $L_1: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in R$  與  $L_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = z+3$ ，試求二直線  $L_1$  與  $L_2$  的距離。

4. 已知二歪斜線  $L_1: \frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-8}{4}$ ， $L_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-7}{-1}$ ，試求

- (1) 含  $L_2$  且平行  $L_1$  的平面方程式。
- (2) 二歪斜線  $L_1$  與  $L_2$  的最短距離。

**主題 8 綜合能力思考磨練區：**

1. 坐標空間中，直線  $L$  上距離點  $Q$  最近的點稱為點  $Q$  在  $L$  上的投影點。已知  $L$  為平面  $2x - y = 2$  上通過點  $(2, 2, 2)$  的一直線，請問下列哪些選項中的點可能是原點  $O$  在  $L$  上的投影點？

- (1)  $(2, 2, 2)$     (2)  $(2, 0, 2)$     (3)  $(\frac{4}{5}, -\frac{2}{5}, 0)$     (4)  $(\frac{4}{5}, -\frac{2}{5}, -2)$     (5)  $(\frac{8}{9}, -\frac{2}{9}, -\frac{2}{9})$

【99.學測】

2. 一光線自  $P$  點沿著向量  $\vec{v} = (1, 2, 3)$  的方向射向平面  $E$  上的點  $A(2, 3, 4)$ ，反射後通過點  $B(13, 1, 3)$ ，試求平面  $E$  的方程式。