

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

主題 1 等差數列與等差級數磨練區：

1、數列 $a_1 + 2, \dots, a_k + 2k, \dots, a_{10} + 20$ 共有十項，且其和為 240，則

$a_1 + a_2 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 之值為

(1) 31 (2) 120 (3) 130 (4) 185 (5) 218

2、一等差數列共有奇數個項，若奇數項之總和為 91，偶數項之總和為 84，則此數列共有多少項？

3、某巨蛋球場 E 區共有 25 排座位，此區每一排都比其前一排多 2 個座位。小明坐在正中間那一排(即第 13 排)，發現此排共有 64 個座位，則此球場 E 區共有_____個座位。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

- 4、有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ， $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，若 $a_1 = 42$ ，且 $S_7 = S_{15}$ ，試求
- (1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 從第_____項開始為負數。
 - (2) 前 n 項和 S_n 的最大值_____。
 - (3) 前 n 項和 S_n 開始為負時， n 的最小值為_____。

- 5、設各項都是實數的等差數列 a_1, a_2, a_3, \dots 之公差為正實數 α 。試選出正確的選項。

- (1) 若 $b_n = -a_n$ ，則 $b_1 > b_2 > b_3 > \dots$
- (2) 若 $c_n = a_n^2$ ，則 $c_1 < c_2 < c_3 < \dots$
- (3) 若 $d_n = a_n + a_{n+1}$ ，則 d_1, d_2, d_3, \dots 是公差為 α 的等差數列
- (4) 若 $e_n = a_n + n$ ，則 e_1, e_2, e_3, \dots 是公差為 $\alpha + 1$ 的等差數列
- (5) 若 f_n 為 a_1, a_2, \dots, a_n 的算術平均數，則 f_1, f_2, f_3, \dots 是公差為 α 的等差數列

【108學測】

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

主題 2 等比數列與等比級數磨練區：

1、設四個正整數 a 、 b 、 c 、 d 為等比數列，且 $a+b=15$ ， $c+d=60$ ，則此四數為_____。

2、已知 a_1, a_2, a_3 為一等差數列，而 b_1, b_2, b_3 為一等比數列，且此六數皆為實數。試問下列哪些選項是正確的？

(1) $a_1 < a_2$ 與 $a_2 > a_3$ 可能同時成立

(2) $b_1 < b_2$ 與 $b_2 > b_3$ 可能同時成立

(3) 若 $a_1 + a_2 < 0$ ，則 $a_2 + a_3 < 0$

(4) 若 $b_1 b_2 < 0$ ，則 $b_2 b_3 < 0$

(5) 若 b_1, b_2, b_3 皆為正整數且 $b_1 < b_2$ ，則 b_1 整除 b_2

3、已知三正數成等差數列，其和為 21。若三數由小而大依序加 2，3，13 後成為等比數列，則此三數為何？

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

- 4、某君於九十年初，在甲、乙、丙三家銀行各存入十萬元，各存滿一年後，分別取出。已知該年各銀行之月利率如下表，且全年十二個月皆依機動利率按月以複利計息。

	甲銀行	乙銀行	丙銀行
1-4 月	0.3%	0.3%	0.3%
5-8 月	0.3%	0.4%	0.2%
9-12 月	0.3%	0.2%	0.4%

假設存滿一年，某君在甲、乙、丙三家銀行存款的本利和分別為 a 、 b 、 c 元，請問下列哪些式子為真？

- (1) $a > b$ (2) $a > c$ (3) $b > c$ (4) $a = b = c$ 【91.指考甲】

- 5、已知正實數數列 a, b, c, d, e 為等比數列，且 $a < b < c < d < e$ ，試選出下列為等比數列的選項。

- (1) $a, -b, c, -d, e$ (2) e, d, c, b, a (3) $\log a, \log b, \log c, \log d, \log e$
(4) $3^a, 3^b, 3^c, 3^d, 3^e$ (5) abc, bcd, cde 【113.學測 B】

主題 3 遞迴數列與遞迴關係磨練區：

1、每週同一時間點記錄某植物的成長高度，連續五週的數據為 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_3 = 6$ ，

$a_4 = 15$ ， $a_5 = 31$ 。請問此成長高度數列滿足下列選項中哪一個式子？

(1) $a_{t+1} = 3a_t - 1$ ， $t = 1, 2, 3, 4$ (2) $a_t = t!$ ， $t = 1, 2, 3, 4, 5$

(3) $a_{t+1} = a_t + t^2$ ， $t = 1, 2, 3, 4$ (4) $a_t = 2^t - 1$ ， $t = 1, 2, 3, 4, 5$

(5) $a_{t+1} = ta_t + 1$ ， $t = 1, 2, 3, 4$.

2、數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $2a_{n+1} + a_n = 3$ ，且 $a_1 = 10$ ，試求等比數列 $\langle a_n - 1 \rangle$ 的公比

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $-\frac{1}{3}$ (5) $-\frac{1}{2}$

3、遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n = a_{n-1} + f(n-2)$ ，其中 $n \geq 2$ 且 $f(x)$ 為二次多項式。

若 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ， $a_3 = 5$ ， $a_4 = 12$ ，則 $a_5 =$ _____。

- 4、人從階梯上表演平台，每步可上一階或二階，已知此階梯共有 10 階，則此人共有多少種從階梯上表演平台的方法？

- 5、用大小一樣的鋼珠可以排成正三角形、正方形與正五邊形陣列，其排列的規律如下圖所示：

	正三角形陣列	正方形陣列	正五邊形陣列
每邊1個鋼珠			
每邊2個鋼珠			
每邊3個鋼珠			
每邊4個鋼珠			

已知 m 個鋼珠恰好可以排成每邊 n 個鋼珠的正三角形陣列與正方形陣列各一個；選出下列正確的選項。

- (1) 排每邊 10 個鋼珠的正三角形陣列，共需 54 個鋼珠。
- (2) 排每邊 10 個鋼珠的正方形陣列，共需 100 個鋼珠。
- (3) 排每邊 6 個鋼珠的正五邊形陣列，共需 50 個鋼珠。
- (4) 若 $m = 15$ ，則 $n = 3$ 。
- (5) m ， n 二數的關係式為 $m = 2n^2 + n$ 。

別怕慢，就怕你一直在滑手機。

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

主題 4 級數、 Σ 的運算磨練區：

1、設數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 2^{n+1} \times (n^2 - 2n)$ ，

則此數列的第 n 項 $a_n =$ _____。

2、試求下列級數之值：

(1) $21^2 + 22^2 + 23^2 + \cdots + 30^2$

(2) $1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \cdots + 15^3$

3、觀察右列 3×3 與 4×4 方格中的數字規律：

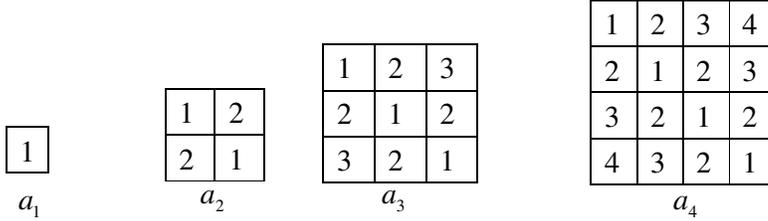
如果在 10×10 的方格上，仿上面規律填入數字，則所填入的 100 個數字之總和為_____。

1	2	3
1	2	2
1	1	1

1	2	3	4
1	2	3	3
1	2	2	2
1	1	1	1

Don't worry if you're slow — turtles still beat the ones who never start.

4、觀察圖中數字規律，若 a_n 表示 $n \times n$ 方格內數字的總和，且 $a_{n+1} = a_n + f(n)$ ，其中 $f(n)$ 為 n 的多項式，則下列哪些選項正確？



- (1) $a_5 = 65$ (2) $f(n)$ 為一次式 (3) $f(n)$ 的常數項為 2
 (4) $f(10) = 131$ (5) $a_{15} - a_1 = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(15)$

5、數列 $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ，依此規律，試求

- (1) 數列的第 104 項為_____。
 (2) $\frac{8}{19}$ 是第_____項。